

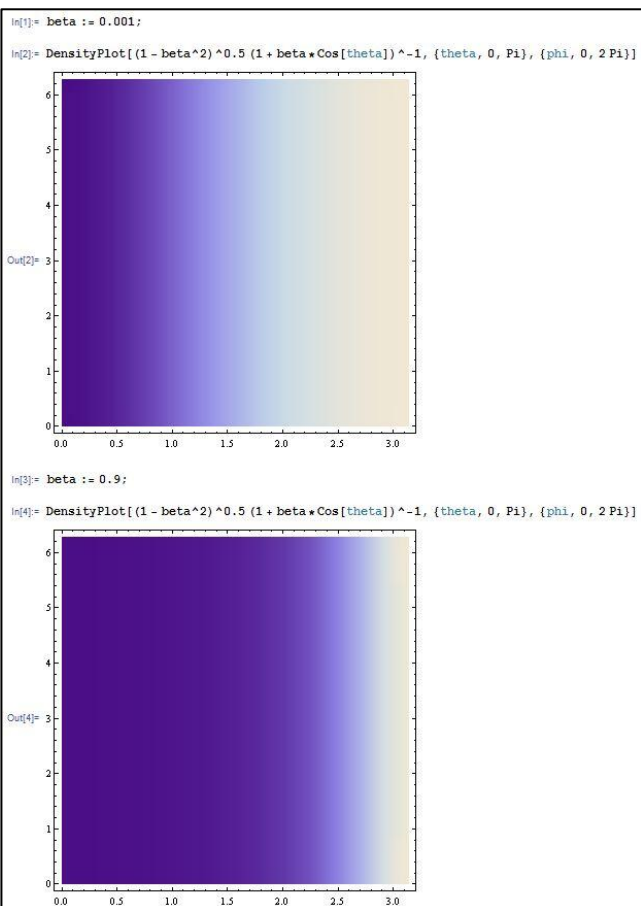
۱- الف) با فرض تخت بودن عالم (که با مشاهدات رصدی نیز سازگاری کامل دارد)، نشان دهید فاصله همراه تا انتقال به سرخ z ، از رابطه $r = \int_0^z \frac{cdz}{H_0[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_r(1+z)^4 + (1 - \Omega_m - \Omega_r)]^{1/2}}$ بدست می‌آید که در آن Ω_m و Ω_r بترتیب، چگالی مواد غیرنسبیتی و نسبیتی در زمان کنونی است. ب) رابطه قسمت الف تا چه بازه‌ای از انتقال به سرخ قابل استفاده است؟ ج) این مقدار را برای آخرین سطح پراکندگی با $Z_{LSS} \approx 1090$ محاسبه نمایید.

۲- الف) آخرین سطح پراکندگی را بر اساس ویژگی آن تعریف کنید. ب) مشاهده امروزه ما از چنین سطحی چه چیزی است؟ ج) حداکثر زاویه‌ای را که در آن نقاط این سطح در طول عمر عالم (بدون فرض سناریوی تورمی) فرصت تبادل اطلاعات داشته‌اند، بدست آورید. د) مشخص کنید چنین زاویه‌ای با چه حدودی از l (معرف چندجمله‌ای لژاندر مرتبه l ام) مشخص می‌شود. ه) اگر اثری از عالم پیش از تورم در طیف تابش زمینه کیهانی قابل بررسی باشد، در چه محدوده‌ای از l بیشتر باید جستجو شود؟ و) در مورد اتفاقات بعد از تورم، کدام l ها بیشتر باید بررسی شوند؟

۳- آخرین سطح (یا بهتر است بگوییم لایه) پراکندگی تقریباً در $z \approx 1090$ با $\Delta z \approx 195$ اتفاق افتاده است. الف) نشان دهید که ضخامت همراه (comoving thickness) آخرین لایه پراکندگی تقریباً برابرست با: $\frac{c}{H_0} \frac{\Delta z}{z^{3/2} \Omega_m^{1/2}}$ ب) تقریبهای استفاده شده را در استخراج رابطه قسمت قبل بیان کنید. ج) این ضخامت از نظر فیزیکی چه معنایی می‌دهد. مفهوم فیزیکی آن را توصیف کنید.

۴- الف) مقدار جرم غیر نسبیتی موجود در مقیاسی را که در تمرین ۳ بدست آورده‌اید تخمین بزنید. (این جرم تقریباً از مرتبه جرم یک خوشه کهکشانی متوسط مانند ویرگو (Virgo) است.) ب) حساب کنید فاصله همراه بدست آمده در قسمت الف تمرین ۳، در زمان آخرین پراکندگی چه طول ویژه‌ای داشته است؟ ج) مشخص کنید این طول ویژه (یعنی قطر تقریبی یک خوشه کهکشانی) در زمان حاضر با چه زاویه‌ای دیده می‌شود؟ (جواب: حدود ۳ اونیم دقیقه قوسی)

۵- می‌دانیم چگالی تعداد فوتونها بر واحد بسامد، در تعادل گرمایی با ماده‌ای در دمای T ، از تابع توزیع بوز-اینشتین بدست می‌آید. الف) نشان دهید که چگالی تعداد فوتونها بر واحد بسامد، $N(\nu)$ ، در فضای فاز عبارتست از: $N(\nu) = 1/h^3 (e^{h\nu/k_B T} - 1)$. (برای فوتون، $p = h\nu/c$) ب) نشان دهید بسامد تغییر یافته فوتونی که در راستای حرکت با سرعت β ($\equiv v/c$) دریافت می‌شود برابر است با: $\nu' = \gamma(1 - \beta) \nu$ که در آن $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. ج) اگر فوتون



دریافتی با زاویه θ نسبت به جهت حرکت دریافت شود رابطه قسمت قبل چگونه اصلاح می‌شود؟ د) نشان دهید مقدار بدست آمده در قسمت الف، ناوردای لورنتس است؛ یعنی $N'(\nu') = N(\nu)$ که در آن پرایم نشان‌دهنده تبدیل شده مقادیر مورد نظر تحت تبدیلات لورنتس است.

۶- الف) در جمع‌بندی از همه قسمتهای تمرین ۵، ثابت کنید دمای مشاهده شده T' توسط ناظری که با سرعت β نسبت به چارچوب همگن و همسانگرد تابش زمینه کیهانی حرکت می‌کند (مثلاً خود ما)، و دمای متوسط T مشاهده شده این تابش در چارچوب خاصی که این تابش همگن و همسانگرد دیده می‌شود، با رابطه $T' = \gamma(1 + \beta \cos \theta) T$ بهم مربوط می‌شوند. ب) با استفاده از بسط تیلور، T' را بر حسب T بسط دهید. ج) T' را برای مقادیر مختلف β بین صفر و یک در بازه $\theta \in [0, \pi]$ و $\phi \in [0, 2\pi]$ هم بصورت دقیق و هم بر حسب جملات بسط تیلور آن رسم کنید تا معنی نظری دوقطبی، چهارقطبی و ... را بهتر درک نمایید. شکل روبرو، به ازای دو مقدار $\beta = 0.001$ (مقدار تقریبی برای حرکت نسبی ما نسبت به چارچوب خاص) و $\beta = 0.9$ در Mathematica نوشته شده است.

وجود چندقطبها چه تفاوتی بین دو شکل ایجاد کرده است؟
 موفق باشید. شجاعی