

۱- الف) چگالی تعداد باریونها در زمان حال را با در نظر گرفتن چگالی فعلی ماده باریونی بدست آورید. ب) با این فرض که ماده باریونی از زمان گذار کوارک- هادرون تاکنون غیرنسبیتی بوده است، چگالی عددی (تعداد بر واحد حجم) و جرمی آنها در حدود این گذار چقدر بوده است؟ ج) این چگالی را با چگالی هسته مرکزی خورشید و چگالی متوسط ستاره نوترونی مقایسه کنید. د) بنظر شما، چگالی ماده هادرونی (ذرات ساخته شده از کوارکها) در آن زمان، از این مقدار بیشتر است یا نه؟ چرا؟

۲- الف) چگالی تعداد فوتونها را در زمان فعلی بدست آورید. ب) نسبت فوتون به باریون را برای زمان حال بدست آورید. ج) بنظر شما چرا این نسبت در زمان برابری ماده-تابش نیز همین مقدار بوده است؟ د) با توجه به قسمت قبل، بنظر شما چه فرآیندی در آن زمان این دو را هم چگالی کرده بوده است؟ ه) آنتروپی بر واحد حجم تابش را بدست آورید.

۳- ظرفیت گرمایی یک ماده در حجم ثابت برابر است $C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V$. با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، الف) ظرفیت گرمایی تابش را در حجم ثابت بدست آورید. ب) ظرفیت گرمایی ماده غیرنسبیتی در حجم ثابت را حساب نمایید. ج) نشان دهید نسبت ظرفیت گرمایی ماده به تابش در حجم ثابت متناسب با نسبت فوتون به باریون (قسمت ب تمرین ۲). د) ضریب تناسب را بدست آورید. ه) مقدار نسبی قسمت ج را بر حسب آنتروپی بر واحد حجم تابش بازنویسی نمایید.

۴- الف) با توجه به دمای فعلی نوترینوها، تعداد نوترینوها را بر واحد حجم برای زمان حاضر بدست آورید. می‌شود نشان داد که حد بالای جرم نوترینوها برابر با حدود 2.2eV است. در واقع جرم نوترینوها ممکن است بسیار کوچکتر از این حد باشد. با این فرض که جرم نوترینوها در حداکثر مقدار ممکن باشد، ب) سهم نوترینوها از ماده موجود در عالم را بدست آورید. نوترینوها به این دلیل که بارالکتریکی ندارند و باعث یونیزه شدن مواد هم نمی‌شوند (خصوصاً نوترینوهای کم انرژی)، عملاً بطور مستقیم و پراحتی قابل آشکارسازی نیستند. به همین دلیل نوترینوهای بازمانده از مهانگ، فعلاً در دسته بندی ماده تاریک قرار می‌گیرند. ج) آیا مقدار بدست آمده در ب می‌تواند توجیه گر مقدار ماده تاریک موجود در عالم باشد؟

۵- ذره‌ای را با سطح مقطع برخورد σ در نظر بگیرید که توسط ذراتی با چگالی عددی n و سرعت v بمباران می‌شوند. الف) نشان دهید نرخ برخورد برابر است با $\Gamma = n\sigma v$ ب) نشان دهید زمان متوسط بین برخوردها از مرتبه $t_c \sim \Gamma^{-1}$ است. حال σ را سطح مقطع همه ذرات هدف (در واحد حجم) در نظر بگیرید. ج) به شکل توصیفی بگویید $H > \Gamma$ (که در آن H پارامتر هابل است)، به چه معنی است. د) بیان کنید رابطه بین H و Γ چگونه با تعادل ترمودینامیکی ذرات مورد بحث مرتبط می‌شود. ه) با فرض ثابت ماندن σv برای ذرات برخورد کننده و هدف، تابعیت Γ را برای حالت عالم تابش غالب و ماده غالب بدست آورید. و) با استفاده از نتیجه قسمت ه) و در نظر گرفتن تابعیت پارامتر هابل با زمان در هر دو حالت فوق‌الذکر، نشان دهید همه مواد نهایتاً با انبساط عالم از تعادل ترمودینامیکی خارج می‌شوند.

۶- همانطور که دیدید، در عالم دو-سیتز، ضریب مقیاس بصورت نمایی رشد می‌کند. الف) نشان دهید که در چنین عالمی افق رویداد وجود دارد. ب) مقدار آن را بر حسب H_0 بدست آورید. ج) وجود افق رویداد را در چنین عالمی از نظر فیزیکی (مشاهدات) توصیف کنید.

۷- الف) در ادامه تمرین ۴ سری ششم، زمانی را که انبساط شتاب دار عالم شروع شده است تخمین بزنید. ب) این زمان حدوداً معادل چه انتقال به سرخی است؟

۸- اگر ماده غالب عالم، ماده سخت (stiff matter) با $w = 1$ باشد (حالت خاص تمرین ۱۰ سری اول و تمرین ۲ سری چهارم)، الف) ضریب مقیاس با زمان چگونه تغییر خواهد کرد؟ ب) این ماده با فرض وجود سایر مواد نظیر تابش و ماده باریونی، در چه برهه‌ای از زمان می‌تواند غالب باشد؟

۹- با فرض اینکه چگالی لاگراژی میدان اسکالر به شکل $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$ باشد، الف) محدوده تغییرات معادله حالت این ماده را در کلی‌ترین حالت بدست آورید. ب) تورم به ازای کدام مقدار معادله حالت اتفاق می‌افتد؟ با نزدیک شدن مقدار پتانسیل میدان اسکالر به پایین‌ترین مقادیرش، بتدریج قسمت انرژی جنبشی میدان غالب می‌شود. این زمانی است که تورم به پایان می‌رسد. ج) مشخص کنید در این زمان معادله حالت میدان چیست؟ د) نشان دهید در این حالت میدان اسکالر بصورت یک ماده سخت عمل می‌کند. ه) آیا این حالت برای عالم می‌تواند ادامه داشته باشد؟ بحث کنید (تمرین ۸).

موفق باشید. شجاعی